

“Gregorianum”

COMMENTARII
DE RE THEOLOGICA ET PHILOSOPHICA

EDITI A PROFESSORIBUS
PONTIFICIAE UNIVERSITATIS GREGORIANAE

Anno XX - 1939
Vol. XX

ROMAE
IN PONTIFICIA UNIVERSITATE GREGORIANA
PIAZZA DELLA PILOTTA

12, 130

qua Pius XI *Pontificiam Universitatem Gregorianam*, in qua studia canonica alumnus peregerat, semper prosecutus est. Eius favore adiuti amplissimas aedes nostras a fundamentis exstruere potuimus, quae anno 1930 solenni ritu sunt inauguratae. Motu Proprio « *Quod maxime* », anno 1928, Pontificium Institutum Biblicum et Pontificium Institutum Orientalium Studiorum cum Gregoriana arctius consociantur, « ut vera, perfecta pleneque ad temporum necessitates accommodata *Studiorum Omnium Ecclesiasticorum Universitas evadat* ». Anno autem 1932 summa benignitate Pius XI decrevit « ut S. R. E. Cardinalis, Sacrae Congregationi de Seminariis et Studiorum Universitatibus pro tempore Praefectus, praedictae Pontificiae Universitati Gregoriana ac Pontificiis Biblico et Orientali Institutis cum eadem consociatis *Magnus Cancellarius* iam nunc et in posterum sit ». Decretis tandem eiusdem Sacrae Congregationis institutae sunt, anno 1932, duae novae Facultates, altera Historiae Ecclesiasticae, altera Missiologiae, anno verum 1935 nova Statuta nostrae Universitatis approbata fuerunt. Abstinemus nunc ab aliis non paucis recensendis, cum haec beneficia abunde sufficientiant ad ostendendum, quanto iure omnimodi nostri grati amoris tanto Pontifici debitores simus.

Iure quidem meritoque Pius XI de se ipso dicebat « non recuso laborem », existimans « nil factum si quid agendum » pro Christi nempe Regno ubique instaurando. Quare grates, quas ipsemet Deo referebat, in Litteris Encyclicis « *Quinquagesimo anno* », de bonis divinitus acceptis usque ad annum sui Sacerdotii iubilaeum 1929, easdem nos hoc anno 1939 Deo agere debemus de divinis muneribus Ecclesiae per ipsum abunde collatis.

Itaque Pio XI, Pontifici Maximo, qui Regni Christi « evangelizavit pacem illis qui longe sunt et pacem iis qui prope, Dominus pacis det ei requiem sempiternam » (Cfr. *Ephes.* II, 17; 2 *Thesal.* III, 16).

De problemate necessitatis geometricae

Ut iam in introductione¹ dictum est, communis opinio generis humani — tum docti tum indocti — usque ad initia criticae modernae erat haec: cognitio mathematica hauritur ex datis experientiae sensitivae. Inde pro philosopho oritur problema, quomodo id explicari possit. Nam data cognitionis nostrae sensitivae de se nullam comportant *necessitatem*, sed cognitio mathematica contendit se esse necessariam. Insuper: data sensitiva, quae ad cognitionem geometricam constituendam inserviunt (non ea quae cognitioni elementari arithmeticae praesupponuntur) carent *exactitudine*; et tamen geometria, non minus quam arithmetica, sese praesentat ut omni ex parte exactam.

Problema ab empirismo (Stuart Mill) tandem aliquando tanquam insolubile consideratur; inde exactitudo non minus quam necessitas ab eo negatur et scientia geometrica erit empirica, omnino eodem modo ac scientiae physicae; sunt scientiae approximativae tantum, et earum putativa necessitas non erit nisi illusio, quae ex consuetudine oritur.

Plato data sensitiva ut occasionem et praeparationem ad eliciendam reminiscentiam in mente nostra considerat. Kant, qui problema exactitudinis negligit, fingit formam subiectivam sensibilitatis nostrae.

Aristoteles per theoriam abstractionis, in quam experientia intrat, problema solvit; sed solutio haec, quae erat solutio S. Thomae quoque et quorundam scholasticorum antiquorum iam videtur esse oblivioni tradita².

¹ Vide Gregorianum XIX (1938) pag. 498. Articulus qui hic sequitur refert primum caput elucubrationum, quae agunt de *philosophia scholastica cognitionis geometricae*.

² Vide articulum nostrum *De origine primorum principiorum scientiae* apud Gregorianum XIV (1933 pag. 153-184).

In critica mathematicorum modernorum problemati necessitatis vix ulla (nisi in uno casu) attentio tribuitur, sed eo maior problemati exactitudinis. De hoc problemate postea ex professo agemus, nunc attendamus ad problema necessitatis. Principalis quaestio huius capituli erit: potestne experientia ducere ad iudicia necessaria; et, si hoc verificatum invenitur, quomodo id explicandum est?

§ 1. *De quibusdam exemplis arithmetiis.*

1. — DE NUMERO PLATONICO 5040. Plato in libro V dialogi *De Legibus* (737 e - 738 b) pro condenda civitate nova, tanquam numerum aptissimum incolarum, agricularum et militum, eligit numerum 5040:

« Quinquies mille et quadraginta sint, ob commoditatem numeri huius, agricolae quique pro finibus depugnent ».

Commoditas autem haec in eo consistit, quod hic numerus tot modis (scilicet 59) in partes aequales dividi potest.

« Et in primis duas in partes totius numeri partitio fiat, deinde in tres; licet et in quatuor, et in quinque, et usque ad decem deinceps ».

Animadvertenti $5040 = 7!$, (i. e. $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$) id quod Plato dicit, statim clarum erit. Sed et omnes posibles divisiones in partes aequales huius numeri, i. e. 59, Platoni notae sunt. Pergit enim (738 a):

« Dicamus autem, eum numerum aptiorem esse, qui plurimas, et praesertim deinceps ordine dispositas, in se ipso distributiones recipit. Neque enim omnis numerus omnes in omnia sectiones habet. Sed quinquies millium et quadraginta numerus, et ad bellum, et ad pacem, ad conventa omnia, societates, tributa, distributiones, non in plures quam unum de sexaginta partes incidi potest ab una autem ad decem usque continuas ». (Iuxta interpretationem Marsilii Ficini).

2. — Veniamus ad rem nostram. Quomodo determinari potest hic numerus 59 omnium partitionum (in partes aequales)

possibilium? Res pro nobis est simplex. Ecce: $5040 = 2 \times 2520 = 3 \times 1680$ et ita porro usque ad ultimam divisionem quae quid novi affert: scil. $= 70 \times 72$. Si enim pergimus redeunt ea quae iam habuimus. Si integram tabulam harum divisionum conficimus et eam aspiciamus, *computando* invenimus earum numerum esse 29, quae continent $2 \times 29 = 58$ divisiones posibles in partes aequales, quibus una addi debet: divisio in 5040 unitates. Ita igitur pervenimus ad hanc cognitionem Platoniam, numerum 5040 admittere 59 divisiones in partes aequales; *haec cognitio est utique iudicium necessarium*.

Attendamus primo ad hanc partem processus: post factas divisiones debemus *computare* earum numerum; haec autem computatio est *operatio experimentalis*, omnino eodem modo quo computatio multitudinis hominum, qui in hac aula adsunt, est operatio experimentalis. Altera haec ducit quidem ad iudicium verum, non tamen ad veritatem necessariam; numerus praesentium variari potest. Diversitas ex eo provenit, quod in casu Platonis haec operatio experimentalis applicatur in *materia necessaria*, in altero casu in *materia contingenti*; sed nos intuemur quoque nostram operationem de se ad exitum necessarium ducere in utroque casu. Unde haec proveniat, postea inquirendum est; nunc sufficiat ut de ipso facto constet.

Animadvertamus adhuc: iam ante computationem scimus hunc exitum fore necessarium et quidem ita ut iam sciamus numerum divisionum esse necessario aliquem numerum determinatum; computatio tantum specificationem huius numeri nos docet.

3. — Possumus ulterius progredi. Nos divisiones posibles inveniebamus, applicando regulas elementares, sed tamen derivatas, arithmeticae modernae. Quomodo Plato id fecerit parum refert; sed quidem magni momenti est detegere, id fieri posse etiam mediis *experimentalibus*, quae quidem longum tempus exigunt, possibile tamen sunt. Ecce: Sumimus 5040 symbola numerorum, vel etiam corpuscula quaecumque v. g. calculos, unde nomen « calculi » derivatum est. Et conamur decidere quomodo haec multitudo in partes inter se aequales dividi possit.

Primo utrum in binarios, et ad hoc decidendum ita calculos disponimus :

1	3	5	et in fine invenimus	5039
2	4	6		5040

Quot sunt? *Computando* invenimus : 2520.

Progredimur ad triades et invenimus :

1	4	7	5038	et numerando detegimus	1680	triades
2	5	8	5039			
3	6	9	5040			

Eodem modo pergere possumus usque ad divisionem in decades; sed si conamur numerum nostrum dividere in partes, quae singulae ex 11 individuis constant, detegimus huius *impossibilitatem* (iudicium necessarium!); invenimus enim 458 tales partes, sed remanent duo calculi. Ecce, si eam hucusque nesciebamus, nunc detegimus veritatem necessariam dicti Platonis, quod supra audiebamus: « neque enim omnis numerus omnes in omnia sectiones habet ».

Si patienter pergimus tandem aliquando inveniemus, ut supra, 59 divisiones in partes aequales esse possibles, inveniemus hanc veritatem ut *iudicium necessarium*. Et tamen in toto decursu huius processus non adhibebamus nisi operationes experimentales, tales tamen ut singulae sese nobis revelent ut conjunctas cum necessitate absoluta; nobis patet talem effectum necessario *profluere* ex operatione adhibita, quamquam *quis* sit effectus empirice tantum cognoscitur.

Ut hoc magis pateat, comparemus hunc processum cum alio, partim simili partim diverso: si calculi diversi coloris, partim albi et partim nigri, in eadem urna continentur et inde centum desumimus, ex his v. g. viginti erunt albi, ceteri nigri; si id repetimus exitus in genere erit alius et uterque exitus erit *contingens*. Sed si multitudinem horum calculorum in binarios distribuimus exitus erit et cognoscitur esse *necessarius*; erit sive: hoc fieri nequit, sive: est possibile et numerus binariorum est talis. In uno casu intuemur necessitatem, in altero contingentiam effectus operationis experimentalis similis.

Undenam proveniat differentia inter hos casus (et alios quoque, in quibus de necessitate vel contingentia non habemus intuitionem), postea indagabimus; nunc praesertim attendamus ad id quod invenimus: non omnis experientia ducit ad iudicium contingens; datur experientia, ex qua habemus cognitionem necessariam; et: ex tali experientia non tantum *notiones* haurimus, sed ipsa *iudicia* necessaria, ipsum *nexum* inter terminos iudicii eiusque necessitatem.

Nunc tantum per transennam ad unum attendimus: locuti sumus de calculis, quibus operationes perficimus; scimus id non esse necessarium; idem obtinetur, si consideramus quaecumque elementa bene distincta, v. g. litteras *a*, vel cruce, vel apices quae scribimus. Intuitive scimus, resultatum sequi ex sola *multitudine* individuorum et revera necessario *profluere* ex natura *multitudinis*; et hoc sensu in singulis iudiciis subjectum est *causa* praedicati, quod ideo nexu necessario cum subjecto cohaeret. Et iam coepimus intelligere theoriam *abstractionis* Aristotelis hic verificari.

4. — DE NUMERIS PRIMIS. Expediit addere alia exempla. Prius erit de numeris primis, qui dicuntur, et quidem de multitudine eorum qui infra numerum determinatum existunt; v. g. infra centum existunt 25 numeri primi scil. 2, 3, 5, 7, 97 (unitas hic non computatur ut numerus). Modus determinandi talem multitudinem, saltem in initio debet esse experimentalis. (Saltem in initio, in prima regione numerorum. Postea dantur methodi reducendi determinationem pro regionibus maioribus ad notos numeros ex regione inferiori; sed et ibi methodus experimentalis posset adhiberi). Determinatio numerorum primum usque ad 100 ita perfici potest: scribitur elenchus omnium numerorum et dein adhibetur « cribrum Eratosthenis », quod dicitur, i. e. expunguntur numeri compositi, et, qui remanent sunt numeri primi, omnes et soli; horum multitudo *computatione experimentalis* determinatur et invenitur esse numerus 25. Immo, ut supra, methodus pure experimentalis ad solvendam quaestionem, utrum numerus determinatus (v. g. $91 = 7 \times 13$) sit compositus an primus, adhiberi posset et totus processus esset experimentalis. Et tamen duceret ad iudicium necessarium.

5. — DE INITIIS ARTIS COMBINATORIAE. Simile exemplum habemus in elementis artis combinatoriae. Uti notum est, numerus *permutationum* multitudinis, quae constat ex n elementis, est $n!$ (« facultas » n).

Initia deductionis huius theorematis necessarij sunt haec. Si habemus duo elementa, a et b , *duae* sunt permutationes i. e. series ex his elementis compositae, quae solo ordine differunt, scil. ab et ba . Si additur tertium elementum c , id evidenter addi potest singulis his seriebus sive ante primum elementum, sive inter duo, sive post secundum, et ex prima permutatione resultant: cab , acb , abc ; ex altera: cba , bca , bac ; nec plus nec minus. Ex tribus elementis habemus sex permutationes. Sed haec duplex tripartitio nobis illucescit tantum ex inspectione sive in phantasmate sive in delineatione reali (in utroque casu intrat quoque elementum spatiale). Habemus iterum operationes sensitivas experimentales in re concreta, quae est materia intuitus intellectivi necessarij. Et iterum patet, ex experientia posse prodire judicia, quae cognitionem extendunt, et quae simul sunt necessaria.

Numerus harum permutationum erit 2×3 ; quomodo v. g. ope « principij inductionis arithmeticae completae » ad theorema generale, supra enuntiatum, perveniatur, hic non interest.

6. — JUDICIUM DE ADDITIONE NUMERORUM: $7 + 5 = 12$. In origine talis iudicii, utique necessarij, eiusdem generis experimentum adhiberi poterit, immo debet. Id facile monstrari potest.

Poterit adesse. Fac enim nos adhuc nescire, quis sit numerus specificus qui ex additione multitudinis 5 unitatum ad multitudinem, quae 7 unitates continet, resultabit. Erat certe tempus in quo hoc nesciebamus. Ecce: operatione actuali additionem exsequimur. Habemus iam 7 individua; aliam multitudinem ei *successive* addimus usque ad huius exhaustionem, computando simul v. g. ope digitorum unius manus. Post additum primum resultat 8, dein 9 . . . quando exhausta erit multitudo horum digitorum, invenimus 12. Et tunc iudicium necessarium elicimus: multitudo quae resultat ex additione 5 ad 7 est numerus 12. Quod ita *possumus* invenire responsum ad quaestionem « quid resul-

tat ex ista determinata additione? », sive quod possumus invenire praedicatum (antea ignotum) propositionis necessariae « ex additione 5 ad 7 resultat numerus 12 », luce clarius est. Sed, si id possibile est, habemus iterum verificatam propositionem: datur experientia, quae ducit ad iudicium necessarium.

Immo talis experientia videtur esse necessaria in iudiciis de additione numerorum ad invicem; neque alia methodus videtur homini praesto esse ad inveniendum prima vice numerum qui ex additione determinata resultat. Hoc confirmari potest ex consideratione duarum methodorum quae adhibitae sunt ad *deducendum* illud iudicium ex definitionibus ope aliorum principiorum.

7. — METHODUS LEIBNIZII. Ita Leibniz³ contendit illud iudicium esse analyticum hoc sensu, quod ex *definitionibus* ope syllogismi deduci potest. Rectissime observat definitionem numeri « 2 » esse: numerus qui oritur ex additione unitatis ad unitatem; « 3 » est numerus qui resultat ex additione unitatis ad 2; et ita porro. Singuli numeri specificè definiuntur per eorum originem ex numero immediate praecedenti, per additionem unitatis, per « definitionem recurrentem ». Dicimus: *specificè* definiuntur, nam genus iam determinatum est; omnis enim numerus est multitudo; dein specificè determinantur — et quidem necessario, secus non de specie ageretur — per methodum recurrentem (ad unitatem) vel per « inductionem arithmeticam », ita ut primo definiatur « 2 », dein « 3 », et ita porro. Ita scholastici quoque sentiunt. — Per transennam dictum sit: in disputatione utrum natura prius notus sit numerus cardinalis (duo, tria etc.) vel ordinalis (secundus, tertius, etc.) dicendum esse videtur ex eis quae supra exposita sunt: quoad genus (multitudinem) prior est character cardinalis, quoad differentiam specificam prior est character ordinalis numerorum.

³ *Nouveaux Essais sur l'entendement* L. IV Ch. VII § 10:

« Définitions: 1) deux est un et un

2) trois est deux et un

3) quatre est trois et un

Axiome: mettant des choses égales à la place, l'égalité demeure ».

Ita igitur statuta methodo definitionis specificae singulorum numerorum, Leibniz dein ratiocinatur: Ex his definitionibus — analytice igitur — demonstrari potest v. g. $2 + 2 = 4$.

« Démonstration :

2 et 2 est 2 et 1 et 1 (déf. 1)
 2 et 1 et 1 est 3 et 1 (déf. 2)
 3 et 1 est 4 (déf. 3)

Donc (par l'axiome) 2 et 2 est 4 »⁴.

Unde tale iudicium, exprimens id quod resultat ex additione numerorum, consideratur ut iudicium analyticum hoc sensu: in eius originem experientia tantum influit in quantum ex ea hauriuntur *notiones*, sed nexus inter notiones, qui in iudiciis necessariis affirmantur, non ex experientia hauriuntur, sed tantum ex illis notionibus (definitionibus) et syllogismis, pure analytice. Duplex tamen animadversio facienda est; et utraque vindicabit influxum experientiae in cognitionem etiam ipsius nexus

Prior haec est. Ut series illa syllogismorum *tanta* sit quanta requiritur ut precise ultima conclusio sit v. g. $5 + 7 = 12$, omni cura singula membra huius seriei *computanda, enumeranda* sunt, secus enim errabimus. Id forte primo intuitu non est evidens, si series est brevissima, ut in exemplo Leibnizii; tunc adest quidem computatio, sed attentionem nostram fugit. Si autem series est longior, clarum fit, nos computare debere. Et tandem aliquando idem elementum experimentale, quod supra inveniebamus, etiam apud Leibniz adest; nos computabamus calculos, Leibniz syllogismos, vel numeros in syllogismis; experientia quae utitur phantasmate in hac deductione quasi-analytica non deest; sed est iterum experientia, quae secum fert intuitionem necessitatis.

Altera animadversio haec erit. Optime Leibniz exponit definitionem specificam numerorum; sequens semper definitur per eius ortum ex praecedenti per additionem unitatis. Animadvertamus iterum, hic agi de definitione *essentialium*; unde, ut statim

⁴ Animadvertamus « axioma » non semel sed in singulis gressibus applicari. Simili modo procedit Couturat in *Rev. Mét. et Mor.* 1904 pag. 339.

patebit, quaedam cognitio praesupponitur. En exemplum: fac nos habere urnam plenam globulis et per ictum quosdam ex eis projici; computando invenimus tres. Possumusne nunc hanc definitionem statuere: tres est numerus globulorum, qui unico ictu ex hac urna projiciuntur? Evidenter non; sequens ictus poterit projicere 4 vel 5 globulos; deest necessitas effectus, est contingens. Sed in definitione essentiae necessitas requiritur. Ideo modus definiendi numeros successivos, quam Leibniz in argumento adhibet, admitti potest, quia haec necessitas adest et *a nobis praecognoscitur*. Sciebamus, ex additione unitatis ad numerum quemvis determinatum, *necessario*, ideoque semper, eundem alium numerum determinatum, « sequentem », oriri, et non ex 3 nunc 4, alia vice 5. Unde hoc sciebamus? Non aliter ac per inspectionem phantasmatis multitudinis, cui unitatem addimus, novimus *necessitatem* huius *iudicii*, quod ita oritur numerus in essentia sua determinatus. Non agitur ergo in illis definitionibus de *notionibus* tantum, sed etiam de *iudicio*, ad cuius evidentiam indigemus simili medio experimentali. Et hoc iudicium est elementum essentiale — sed non enuntiatum — in serie syllogismorum Leibnizii. Statim plura de hac (et de alia praecognitione).

8. — METHODUS MERCIER. Mercier alia — simili tamen — methodo utitur ad probandum characterem pure analyticum nostri iudicii: $7 + 5 = 12$. (*Critériologie* n. 118 in ed. 8 pag. 282-283). Optime animadvertit, conceptum subjecti, « $7 + 5$ », esse conceptum summae (d'une somme), i. e. eius quod ex additione resultat, sed non conceptum cuiusvis summae, sed summae precise determinatae, quia est duorum numerorum determinatorum. Et ratiocinatur ex principio « partes componentes totum, et totum sunt identica ». Unde ex puro principio contradictionis concludit ad identitatem subjecti et praedicati propositionis nostrae, quae sunt « $7 + 5$ » resp. 12; et ita habetur iudicium nostrum.

Attamen ita nondum habemus cognitionem *speciei* huius summae; scimus eam esse numerum specificum in se determinatum, sed eum esse numerum 12, post hoc ratiocinium nondum novimus. Requiritur plus ut ad hanc cognitionem perveniamus. Unde « des représentations symboliques » non tantum (ut ait Mercier) *possunt* sed *debent* omnino adhiberi, ut cognoscamus identitatem

inter subjectum et hoc praedicatum, quod est : 12. Id ita efficit : numerus 7 scribitur $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$, dein numerus 5 scribitur $1 + 1 + 1 + 1 + 1$; et haec symbola expriment bene, ut vidimus, eorum definitionem. Eodem modo additio bene exprimitur symbolo : $(1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1)$; hoc erit subjectum nostri iudicii. Ex altera parte praedicatum erit : $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$. Sufficit, ait Mercier, suppressere uncinas ut identitas inter subjectum et praedicatum manifesta sit, modo sensibili.

Sed id non videtur sufficere; requiritur enim, idque omnino necessario, ut inspiciamus, utrum « correspondentia », quae dicitur, bi-univoca inter elementa subjecti (deletis uncinis) et praedicati revera adsit; si haec adest, constat de identitate. Sed hoc est idem elementum experimentale quod supra inveniebamus. Unica differentia haec est: nos inquirebamus in numerum (nobis adhuc ignotum) qui resultat ex additione, et ad hunc inveniendum addebamus successive 5 unitates. Mercier supponit eum numerum esse 12 et comparando hunc cum effectu additionis, unico actu absolutae, verificat suppositionem suam; sed similis computatio vel comparatio *singularum* elementorum praedicati cum elementis subjecti hic intrat. Et hic, ut supra, haec operatio est experimentalis, sed est experimentum quod in materia nostra secum fert intuitionem nexus. Argumentum pure analyticum non sufficit. Adde quod nobis notum debet esse, omissionem uncinarum (i. e. ipsam operationem additionis) ducere ad effectum *necessarium*; et hoc iterum supponit experimentum quod intuitionem generat.

9. — THEORIA CAIETANI. Iuvat ex his exemplis iam doctrinam colligere. Videtur tale elementum experimentale non tantum posse sed debere ingredi in considerationem mentis nostrae; non tantum ut habeamus notiones, sed etiam ut nexum necessarium inter has notiones inspiciamus, ut iudicemus. Videtur ergo de facto verificari theoria Caietani (quae est theoria S. Thomae ut probavimus in articulo supra iam citato *De origine primorum principiorum scientiae*) quam his verbis exprimit :

« Oportet ultra conceptum terminorum incomplexorum, ponere aliquod determinativum seu motivum intellectus ad talem compositionem faciendam. Tale autem motivum oportet esse sensum, quoniam ante cognitionem principiorum, Aristoteles nullum motivum intellectus novit nisi sensum. Ergo necessario cognitio complexa principiorum praeexigit sensitivam experimentalem... Fatendum est igitur quod ad generationem habitus principiorum praeexigitur experimentum (ratione complexae cognitionis) quoniam est proprium motivum seu determinativum intellectus ad hoc, et quoniam est medium essentialiter ordinatum ad hoc ».

Hanc autem doctrinam Aristoteles iam in *Analyt. Prior.* (1 30, 46 a 17) enuntiaverat: διὸ τὰς μὲν ἀρχὰς τὰς περὶ ἐπιστήμων [i. e. principia propria singularum scientiarum] ἐμπειρίας ἔστι παραδοῦναι.

Et ita videmus in genere oppositionem quae est inter theoriam Aristotelis et, ex altera parte, theoriam Platonis, Kantii, Stuart Mill. Hi tres in hoc conveniunt, quod experientia nunquam potest iudicia necessaria generare. Unde Plato appellat ad reminiscentiam intuitionis praecedentis formarum purarum; unde rationalismus Kantii, ut salvaret necessitatem principiorum mathematicorum, invenit formas a priori subjectivas sensibilitatis nostrae; unde empirismus positivisticus negabat veram necessitatem horum iudiciorum. Sed omnes tres theoriae praesupponunt, et quidem sine examine vel argumento, quod experientia non potest generare iudicia necessaria et omnes tres in hac suppositione errant, ut ex supra expositis clare patet. Nihil fecimus nisi attendimus ad data clarissima experientiae nostrae internae, quae simul et originem experimentalem (ex datis sensitivis) et necessitatem horum iudiciorum testantur.

Non omnis utique experientia est talis naturae, sed in exemplis examinatis sine dubio invenitur. Si quis, propter hunc influxum experientiae, talia iudicia vult vocare synthetica, habebit iudicia synthetica necessaria, sed non utique synthetica a priori sensu Kantiano; immo Kant, *quia* supponebat talia iudicia non posse ex experientia hauriri, ideo suam theoriam excogitabat; sed haec eius suppositio erat gratuita et, ut ex expositione patet, est falsa; unde *haec* iudicia synthetica necessaria ipsum fundamentum eius doctrinae destruunt.

Quomodo haec, quae inveniebamus attendentes ad data experientiae nostrae internae, theoretice explicari possint, postea videbimus. Sufficiat nunc remittere ad ea, quae in articulo citato iam adumbravimus: sicut notiones (universales) quae naturam rerum nobis repraesentant, ex experientia, per abstractionem intellectus agentis, hauriri possunt, ita haberi possunt casus (et de facto interdum habentur) in quibus etiam nexus i. e. *natura nexus* (unde necessitas et universalitas sequuntur) per solam abstractionem intellectus agentis nobis innotescit. Hanc esse theoriam Aristotelis et S. Thomae, ibi demonstratum est; eandem theoriam breviter resumere possumus verbis Caietani ibi (pag. 158) citatis:

« Oportet enim non solum conceptus terminorum universales generari, sed etiam complexionem [i. e. nexum] eorum, quae ita sese habet ad complexionem experimentalem, sicut cognitio terminorum ad frequentem apprehensionem sensitivam illorum ».

Quare talis abstractio naturae nexus in uno casu habeatur in alio non, quaenam sint conditiones ut habeatur, postea inquiremus.

10. — JUDICIA PRAEVIA. Supra erat sermo de subjecto et praedicato huius propositionis $7 + 5 = 12$. Saepius philosophi et mathematici magnopere laborant in explicanda structura huius iudicii, i. e. in describendo quid sit praecise subjectum, quid praedicatum eius; nec semper cum successu (Vide E. Meyerson in libro *Du cheminement de la pensée* II pag. 333-339, III 877-879).

Id bene expositum audiebamus a Mercier, qui subjectum huius propositionis ita describit: est summa (la somme) duorum numerorum (multitudinum determinatarum) 7 et 5, i. e. numerus qui resultat ex additione illorum numerorum (cuius species ante iudicium nobis ignota est); et de hac multitudine resultante enuntiatur, eam esse multitudinem determinatam 12. Iudicium igitur ita enuntiari potest: numerus qui resultat ex additione 5 ad 7 est numerus 12.

Clarum est, ibi duplicem cognitionem necessariam, intuitivam, *praesupponi*. Una est haec: praesupponitur additionem numeri ad numerum (vel potius universalis: multitudinis ad mul-

titudinem) generare numerum (multitudinem) — et quidem maiorem —; idque ita, ut *necessario* (ergo semper) ex additione multitudinis specificae determinatae ad determinatam, iterum determinata (specificae una et quidem maior) oriatur. Id melius etiam patet in enuntiatione graeca, in qua pro « numerus » qui resultat dicendum est ὁ ἀριθμός, vel in lingua italica quae dicit « il numero ».

Et haec cognitio praevia iterum non habetur nisi ex intuitione experimenti, sed tam facili modo ut non enuntietur. Similia inveniebamus in analysi eorum quae a Leibniz et Mercier proponebantur.

Sed huic cognitioni praeviae iterum alia antecedit; est haec: multitudo *potest addi* multitudini; aliis verbis: additio (possibilis) est *passio propria* multitudinis; vel universalis: quantitates eiusdem generis ad invicem addi possunt. Et hoc videtur esse revera primum notum in hoc genere. Si examinamus unde oriatur haec cognitio necessaria, non invenimus nisi hoc: ex inspectione in phantasmate; id quod iterum indicat elementum experimentale; iterum verificatum invenimus effatum Aristotelis: ἐμπειρίας ἐστὶ παραδοῦναι; et effatum Caietani: nexus terminorum « sese habet ad complexionem experimentalem, sicut cognitio terminorum ad frequentem apprehensionem illorum »; cognoscitur per abstractionem intuitivam.

Id saepe, si non semper, invenimus: in iudiciis, quae ut principia *enuntiantur*, latent cognitiones praeviae cuiusdam passionis propriae primae subjecti, quae, quia sunt tam clarae ex intuitionem tam simplici, ipsae non enuntiantur et, in « resolutione » propositionum ad principia prima facile omittuntur. Postea plura etiam de hac re.

Judicium nostrum « $7 + 5 = 12$ » cum suis praesuppositis haec igitur complectitur: multitudo necessario addi potest multitudini; ex additione, iterum necessario, resultat multitudo; ex specificae determinatis oritur specificae determinata; unde ex additione 5 ad 7 necessario resultat multitudo et ipsa specificae determinata. Quaenam est? Responsum inveniri non potest nisi per computationem aliquam experimentalem; sed haec ducit ad iudicium nostrum ut iudicium necessarium.

§ 2. *De necessitate in iudiciis immediatis geometricis.*

1. — IN GEOMETRICIS DUPLEX PROBLEMA. Sicut in § 1 inveniebamus iudicia quaedam arithmetica immediata (quia hausta ex quadam experientia) et necessaria, eodem modo invenire est talia iudicia in geometricis. Sed est etiam ingens discrimen inter utramque scientiam. Nam data sensitiva, ex quibus abstrahimus illa, quae in iudicio affirmantur — utrumque terminum et eorum nexum — in arithmetiis sunt *exacta*; ibi illae multitudines, de quibus agitur, sunt etiam in cognitione sensitiva bene determinatae, constant etiam ibi ex elementis, individuis, bene distinctis et separatis. Unde in illis iudiciis arithmetiis elementaribus non datur problema exactitudinis; exactitudo, quae in iudiciis mentis adest, iam aderat in datis sensitivis; huic cognitioni, sensitivae, tantum necessitas deerat. In geometria autem duplex est quaestio; praeter problema necessitatis datur problema exactitudinis. Nam in *cognitione* sensitiva — non utique dicimus in rerum natura — non adsunt puncta sine ulla extensione, haec enim sensu percipi non possunt; nec sunt lineae sine latitudine; immo nec sunt — uti nobis videtur — superficies sine profunditate; ibi non potest cerni, quodnam sit praecise punctum, quod lineam in partes perfecte aequales dividit, non exacte cerni potest utrum linea quaedam sit vere recta, utrum lineae sint exacte, in uno puncto, concurrentes.

Nunc agimus de solo primo problemate, alterum considerabimus in capite sequente; et ex ipsa nostra expositione resultabit, duo haec problemata non tantum distingui sed et separari posse. Si ergo in hoc capite sermo est de punctis, haec intellegenda sunt, prout adsunt in datis sensitivis, i. e. ut parva corpuscula, nec opus est ut sint minima visibilia; ita « linea » erit superficies, cuius latitudo est valde parva; « recta » erit linea sensibiliter recta; et ita porro. De his objectis iam detegi possunt iudicia immediata, ope experientiae etiam quoad nexum inter subjectum et praedicatum orta, quae tamen sunt necessaria.

2. — EXTENSUM ET « SPATIUM ». Objectum geometriae est ens extensum ut extensum. Saepe dicitur « spatium » esse

objectum geometriae si haec vox sumitur ut synonyma cum expressione « ens extensum ut extensum », nullus adest error. Sed vox « spatii » etiam adhibetur pro spatio « absoluto » sive « imaginario » i. e. pro receptaculo, quod omnia corpora extensa in se continet et eis praecedit, quod destructis corporibus omnibus remanet, quod tandem aliquando est ens rationis tantum. Si adhibemus vocem spatii, periculum est ne ex uno sensu in alium labamur, et in errorem ducamur. Ceterum notio « extensi » antecedit notionem « spatii »; hoc enim concipitur ut receptaculum *extensum*; et ideo tantum quia et in quantum est extensum, est objectum geometriae. Notio spatii tantum introducit *post* considerationem mutuarum relationum *localium* corporum i. e. entium realium extensorum. Si quis quatuor ex quinque argumentis quibus Kant in Aesthetica conatur probare « spatium » esse formam sensibilitatis subjecti, ita considerat, ut loco spatii, *in* quo extensa adesse dicuntur, ipsam notionem « extensi » considerat, statim videbit argumenta non subsistere. Ipsa extensio non poterit tribui subjecto tantum ut forma.

Insuper in considerationibus pure geometricis sermo est de motu figurarum, idque postea vindicabimus. Sed hae figurae non possunt esse partes spatii, quippe quae moveri non possint; illae figurae sunt entia extensa realia, quorum motus optime considerari potest.

Et ideo ea, quae geometria invenit, statim valent de corporibus ut sunt extensa, quia ex eis hausta sunt.

3. — DE DIVISIBILITATE. Considerabimus igitur ens extensum; in capite sequenti accuratius videbimus, extensum, prout a nobis per abstractionem a corporibus cognoscitur, habere tres dimensiones; videbimus quoque, quomodo ad notiones superficiei, lineae, puncti, sensu accurato perveniamus. Nunc sumamus tanquam exemplum « lineam » quandam inexactam, prout in sensu et imaginatione eam percipimus. Est typus quidam entis extensi, in quo haec notio perfecte verificatur.

Statim intelligimus, dari posse lineam maiorem et minorem, affirmamus hoc iudicium « dari maius et minus », quo aliquid enuntiamus, quod ab Aristotele iure tanquam « proprium quanti » describitur.

Quomodo intelligimus hanc veritatem? Ecce in delineatione reali sive in imaginatione dividendo construimus « punctum » A in segmento: $\frac{A}{|}$ et « in hoc phantasmate » inspicimus dari lineas minores, partes huius lineae datae, in quas illa dividi potest. Comparemus hanc experientiam cum experimento physico de eadem linea. Linea sit alba vel nigra et, si volumus, punctum A sit rubrum. Simili modo vidimus punctum A dividere lineam in partes. Est tamen ingens diversitas inter hanc experientiam et priorem. Priorem reddere possumus dicendo: hoc extensum dividitur per punctum A; alteram: hoc album (vel nigrum) dividitur per hoc rubrum. Estne necessarium ut sit extensum? Utique. Ecce *intuemur* in datis sensitivis, in phantasmate, *possibilitatem* divisionis *necessario profluere* ex eo quod linea est extensa, *contingenter simul esse* cum albedine vel nigredine. Ideo id quod experimur debemus accuratius reddere. In priori casu id fieri debet per propositionem causalem (sive rationalem): hoc, *quia* est extensum, est divisibile (sive: hoc est extensum, ergo est divisibile). Notemus tamen hic non haberi (nonobstantibus vocibus « quia » et « ergo ») ratiocinium truncatum; in mente habemus triplicem experientiam: hoc est extensum, et hoc est divisibile, et tertio: experimur (in mente nostra) necessitatem nexus inter primum et secundum. In altero casu id quod experimur reddi debet per propositionem pure copulativam: hoc est album et est divisibile (in A). Est iudicium pure per accidens, contingens.

Id quod in casu mathematico experimur, reddendum est per propositionem causalem: hoc (concretum) est extensum et ideo est divisibile. In casu concreto iam intelligimus necessitatem, intelligimus divisibilitatem profluere ex esse extensum. Redeundo in hanc propositionem singularem causalem habemus: hoc *quia* extensum est divisibile; ergo omne extensum est divisibile. Neque hoc fit per ratiocinium, hoc quoque habetur per intuitionem et ita detegimus « proprium quanti » iuxta Aristotelem. Ita in casu iudicii « $7 + 5 = 12$ » cognitio praevia prima erat cognitio de « proprio » multitudinum.

Simili modo examinari potest propositio altera: linea recta prolongari potest; quod est iterum proprium, profluens ex eo

quod est extensum (atque id a nobis statim cognoscitur) per accidens tantum conjunctum cum eo quod est album.

4. — DE ORDINE INTER PUNCTA. Sumamus exemplum in quo est sermo de iudicio quod respicit ordinem inter puncta. Apud Hilbert « axiomata ordinis » integram seriem constituunt. In « linea recta » sita sint tria « puncta », hoc ordine: A, B, C. Determinamus quartum punctum ita ut *definiatur*: punctum in linea inter A et B. Quaeritur: estne etiam inter A et C? *Post inspectam figuram* statim respondetur: ita est, et quidem necessario. Dein quaeritur: estne etiam inter B et C? *Post inspectam figuram* respondetur: hoc est impossibile. Comparemus id iterum cum casu, in quo D definitur per notam physicam: D est punctum in linea, quod est rubrum. Possumus aspiciendo figuram respondere iisdem quaestionibus; et responsum erit: una vice: est inter A et C, alia vice: non; vel est inter B et C, alia vice: non. Iudicamus post idem experimentum: inspicimus figuram. Sed in casu « mathematico » praeter inspectionem nexus inter subjectum et praedicatum iudicii, habemus intuitionem necessitatis huius nexus; in casu « physico » contingentiae nexus. Quod praedicatum tribuitur subjecto (vel in negativis denegatur ei) habemus ex experientia, quod in priori casu nexus est necessarius, etiam in concreto quidem intuemur, sed per intuitionem intellectus in phantasmate, quae ibi ad essentias penetrat. Iuxta verba Aristotelis iam supra citata (*De Anim.* III 7, 431 b 2): τὰ μὲν οὖν εἶδη τὸ νοητικὸν ἐν τοῖς φαντάσμασι νοεῖ.

NOTA. Unum ex his iudiciis erat de impossibilitate: impossibile est, D esse inter B et C. Attendamus uno momento ad hunc casum. Non tantum *negative* iudicamus i. e. non videmus possibilitatem huius situs puncti D (definiti: « inter A et B »); sed *positive* iudicamus: videmus impossibilitatem huius situs. Haec animadversio momentum habet; comparemus hoc exemplum cum alio, cum quaestione: utrum extensum quatuor dimensionum possibile sit. Si eodem modo imaginationem consueverimus, hoc resultabit: primo intelligimus possibilitatem extensum trium dimensionum; dein si interrogamus de quarta, id quod in phantasma legimus, non est nisi hoc: non videmus eius pos-

sibilitatem, sed ex hoc nondum habemus: possibilitas quartae dimensionis ex hoc positive excluditur. Operae pretium est utrumque casum et eorum differentiam in experientia nostra interna bene perpendere; in uno casu (puncti D) impossibilitas clare intelligitur *profluere* ex datis, in altero casu haec resultantia ex datis certo non adest. Vide *Cosmologiam* pag. 450 n. 4.

5. — DE AXIOMATE PASCH. Consideremus figuram «superficialem», triangulum. Sumimus veritatem quandam, quae est similis axiomatico geometrico, quod a cl. Pasch (anno 1882!)⁵ primo enuntiatur. Delineamus «triangulum» i. e. figuram constantem ex tribus «lineis rectis» quae in tribus «punctis» intersecant. Ducimus aliam «rectam» per verticem clare intra angulum verticalem. Ecce iudicium: Si haec linea sufficienter prolongatur, necessario secabit latus oppositum, basin trianguli ipsam. Et iterum in datis sensitivis intellectualiter intuemur necessitatem huius eventus, quem ab experientia discimus. Institutamus iterum comparisonem cum casu physico. Si linea, quae per verticem ducitur, dein definitur non «quae ducitur intra angulum verticalem» sed «quae est rubra», non inde sequitur eam secaturam esse basin. Si per accidens de facto intra illum angulum sita est, utique secabit, si non, non. Et in his casibus id fit, non quia est rubra, sed quia habet talem situm, ut supra in casibus punctorum iam expositum est.

Etiam propositio inversa valet in casu «mathematico». Linea quae jungit punctum basis cum vertice, sita est intra angulum verticalem. In prima propositione subjectum erat ita definitum: «linea recta intra angulum» et ex illa determinatione necessario profluit praedicatum; «est secans basin». In secunda propositione res inverso modo se habet sed etiam ibi nexus cognoscitur ut necessarius. In utroque casu unum ex altero profluit. Et in utroque casu indigemus dato sensitivo ut sciamus, *quodnam sit praedicatum*, quod *ut iam in antecesso intuemur* necessario cum subjecto nexum erit. Hoc ultimum etiam magis clarum erit in exemplis sequentibus, quae ideo addimus.

⁵ In opere *Vorlesungen über neuere Geometrie*. In editione altera (1926) axioma, ad quod alludimus, invenitur pag. 20 (IV Kernsatz).

6. — DE SECTIONE CYLINDRI ET «FOLII MOEBII». Haec sunt alia exempla ex «topologia» (quae in nostro casu «inexactitudinis» etiam morphologia vocari potest). Imaginemur, vel sumamus realiter, folia quaedam, ex quacumque materia confecta, quae habent fere formas cylindricas. Possumus ea, etiam physice, scindere duplici modo; sive (fere) secundum «lineam describentem» sive (fere) perpendiculariter ad eas vel ad axin cylindri. Quid resultat in primo casu? Ut ex inspectione phantasmatis vel ex executione physica divisionis patet: resultat una superficies, quae est adhuc cohaerens (quae in planum explicari potest). Quid in secundo casu? Resultant, ut eodem modo patet: duae superficies cylindricae iam non cohaerentes. Ecce elementum experimentale. Attamen non est purum experimentum physicum; nam iterum sumus in casu, in quo intuemur necessitatem nexus inter subjectum (superficies cylindrica, quae tali vel tali modo dividitur) et praedicatum (dividitur in unam resp. duas superficies). Intuemur praedicatum necessario profluere ex tali operatione, quae in objectum exercetur. (Statim casum magis etiam examinabimus). Qui habet satis vividam imaginationem, id in phantasmate inspicere potest: qui non, indigebit executione physica operationis, sed hic etiam, antequam inspicit id quod resultat, intuetur effectum futurum necessario profluere ex operatione; ut sciat *quis* sit effectus, indiget experimento physico (sed unum sufficit); id etiam magis clarum erit in exemplo sequenti.

DE «FOLIO MOEBII». Agitur de superficie, quae hoc nomine vocatur, quia cl. Moebius, mathematicus saeculi praecedentis, eam invenit. Possumus eam ita construere, physice. Sumamus folium (v. g. papyraceum) quod habet figuram rectanguli oblongi, cuius latitudo sit sat parva; eius extremitates (latera parva), post torsionem, per angulum 180 graduum i. e. per dimidiam revolutionem, glutine ad invicem iungimus. Ita oritur superficies, quae est similis cylindro (parvae altitudinis), sed in ea adest unus flexus; operatio facile executioni mandatur. Haec superficies est «folium Moebii». Postea eam in alia quaestione considerabimus.

Scindamus nunc hoc folium secundum lineam quae in medio folio, parallela ad eius limites, ducta est; habemus divisionem folii quae correspondet secundae scissioni, quam supra folio cylindrico applicabamus et ex qua duo folia cylindrica resultabant. Quid ex hac scissione oriatur? Plurimorum hominum imaginatio non erit ita vivax, ut in phantasmate legere possint quid resultet. Sed executio realis divisionis docet, non oriri *duas* superficies, sed *unam* tantum, quae est similis priori, sed duos habet flexus. (Si hoc folium iterum eidem operationi subicitur, oriuntur duae superficies, sed quae inter se copulantur sicut duo annuli cate-nae)⁶. Id certo non potest inspicere nisi post operationem realiter executioni mandatam.

Ecce, ut hunc effectum iudicio affirmemus, indigemus experientia sensitiva. Sed haec experientia associatur intuitioni, quam habemus, necessitatis eius, quod ita ab experientia docemur. In hoc differt ab ordinaria experientia physica; sed convenit in eo, quod ante experimentum non habemus notionem praedicati, quod subjecto tribuendum sit. Quidem sciebamus: ex illa scissione figurae superficialis, oriatur aliquid superficiale; genus notum erat, sed ut secundum essentiam specificam in cognitione nostra determinetur effectus, indigemus experientia et quidem reali sed unum experimentum sufficit.

Quod hic adest intuitio necessitatis, tum quoad genus tum quoad differentiam specificam, mirandum non est. Ante experimentum sciebamus effectum operationis non dependere a materia superficiei; non importat utrum sit metallum, vel lignum, vel charta, vel corpus elasticum. Proprietates materiae quidem

⁶ Haec exempla simul cum comparatione cum iudiciis physicis iam habentur apud Hessenberg *Kritik und System in Mathematik und Philosophie in Abhandlungen der Friesschen Schule* II pag. 102-106. Folium Moebii est exemplum valde simplex in hoc genere. Idem auctor (pag. 105) narrat universitatem technicam Berolinensem (Charlottenburg) possidere imagines (modelli), superficierum multo magis complicatarum, quae a mathematico Stahl ex materia elastica confectae sunt, et dein sectione divisae. In his superficieribus «connexus» est tam complicatus, ut nullus homo ex sola inspectione phantasmatis praedicere possit quid resultaturum sit ex scissione. Videtur idem Stahl descripsisse suas indagaciones sub titulo: *de iudiciis experimentalibus mathematicis* (mathematische Erfahrungssätze).

influere possunt in vim quam adhibere debemus, ut scindamus, sed non in structuram topologicam. Unicum quod pro hac importat est figura objecti ut est extensum. Hanc independentiam a natura materiae non haurimus ex hac ultima experientia, eam intuemur per abstractionem (de qua statim) et *ideo* hoc experimentum fit experientia vere intellectualis.

In origine huius iudicii necessarii vere igitur influit, ut motivum, ipsa experientia; haec determinat *quid* affirmandum sit, determinat specificationem praedicati, non determinat necessitatem. Ad litteram verificatur effatum Caietani, supra iam citati:

«Oportet ultra conceptum terminorum ponere aliquid determinativum seu motivum intellectus ad talem compositionem faciendam. Tale autem motivum oportet esse sensum.... Ad generationem habitus principiorum praeexigitur experimentum (ratione complexae cognitionis) quoniam est proprium motivum seu determinativum intellectus ad hoc et quoniam est medium essentialiter ordinatum ad hoc».

§ 3. De doctrina quae ex his exemplis colligitur.

1. — COMPARATIO CUM LEGIBUS PHYSICIS. In singulis his exemplis intuitive cognoscimus necessitatem nexus inter subjectum et praedicatum iudicii quo affirmamus: ita necessario est. Tamen in omnia (in singula suo modo) influit elementum experimentale, ita ut iudicium sit eius naturae, quae in modernis linguis «constatatio» dicitur; sed est «constatatio intellectualis», sicut est intuitio intellectualis, utique conjuncta cum abstractione a sensibus. Simile quid, sed in ratiociniis tantum, iam Goblot in sua *Logique* (Introduction) animadverterat, sed perperam eam vocat «constatation *logique*».

Hoc elementum experimentale, in casibus simplicioribus, potest esse id quod hodie vocatur «experimentum mentale» scilicet ope solius phantasmatis, sine actuali perceptione sensuum exteriorum, perfici potest. Sed in casibus non ita simplicibus, in divisione numerorum maiorum (ut in primo exemplo), in computatione numerorum primorum, etiam in additione 5 ad 7, in divisione et subdivisione folii Moebii certissime in superficieribus

Stahlii, opus est ut adhibeamus etiam experientiam sensuum externorum, immo adiumentum operationis physicae.

Comparemus hoc iterum cum iudicio physico, etiam certo, quod lege physica exprimitur. « Si virga vitrea teritur panno serico, attrahit corpuscula levia v. g. frustula papyracea ». Hoc iudicium utique non statim tanquam generale et certum enuntiamus, sed tantum post multa experimenta, per inductionem (sensu moderno) physicam. Aliud exemplum potest esse: « corpus grave quod hic sibi permittitur, cadit in terram ». De utroque iudicio sane nemo dubitabit. Num exprimunt necessitatem naturae? De hac re, propter constantiam factorum, nobis persuasum esse poterit. Sed num *intuemur* necessitatem, num *natura* nexus inter subjectum et praedicatum (« vitrum tritum est attrahens », « corpus grave cadit ») nobis perspicua est? Comparemus has leges physicas cum singulis exemplis supra expositis et videmus maximam differentiam. In singulis casibus mathematicis *intelligimus* praedicatum necessario connexum esse cum subjecto, ex eo profluere; etiam in casibus in quibus post experimentum, post operationem tantum, scimus quid sit praecise praedicatum. Etiam intellectio differentiae huius inter casus mathematicos et physicos est « constatatio » quaedam internae experientiae intellectualis; in casibus mathematicis non tantum habemus intuitum subjecti et praedicati sed insuper naturae necessariae nexus, hic intuitus in casibus physicis deest. Et ita in iudiciis physicis intellectus tantum repetit (modo generali si casus id fert) ea quae sensus percipit, in aliis intellectus transcendit sensus. Valde prodest ad illam diversitatem diutius attendere; ad ea exempla physica statim redibimus.

2. — ITERUM DE THEORIIS COGNITIONIS GEOMETRICAE RELATE AD EXPERIENTIAM. Si quis hanc diversitatem bene perspectam habet statim intelliget falsitatem positionis empirismi Hume et Stuart Mill. Hi putant hominem in omnibus his casibus, mathematicis non minus ac physicis, habere *impressionem* necessitatis nexus, ideo tantum quia per longam consuetudinem eum invenit; unde in futuro idem expectat. Etiam si haec positio vera esset pro casibus physicis (quod nequaquam in omnibus concedendum est) in casibus mathematicis statim patet id falsum esse.

Hic evidenter plus adest quam expectatio, ex consuetudine orta, hic adest intuitio necessitatis nexus; haec ex ipsa experientia interna nobis clara est; positio empirismi simpliciter falsificat data *huius experientiae internae*.

Breviter dici potest: empirismus negligit *diversitatem* inter casus physicos et mathematicos, quae consistit in eo, quod in physica deest intuitio naturae necessariae nexus, quae in geometria est manifesta.

Sed etiam omnis theoria, quae tanquam fundamentum assumit: « ex experientia non potest hauriri iudicium necessarium », omnis igitur theoria rationalistica valore caret inde a suis initiis. Ita theoria Platonis, quam ceteroquin nemo iam defendet. Ita theoria Kant, qui hanc propositionem revera tanquam principium et fundamentum suae doctrinae erigit. Sine ulla justificatione id asserit; unde non potest esse sermo de examinandis eius argumentis in hac re; id simpliciter affirmat, negligens elementum experimentale in geometria. Id non potest explicari nisi ex hoc, quod in proferenda hac propositione unice ad leges physicas attenderit, vel quod id ex auctoritate Humii admiserit. Hoc principium Kantianum falsum esse, sequitur ex tota expositione nostra, vel potius ex singulis exemplis, quae vidimus.

Admittenda est igitur doctrina Aristotelis: nihil est in intellectu, quod non prius fuerit in sensu; et quidem haec doctrina non tantum intelligenda est de ipsis notionibus separatim consideratis sed, cum Aristotele, etiam de existentia nexus inter subjectum et praedicatum, qui in iudicio affirmatur; non sufficit consideratio notionum subiecti et praedicati; ad affirmandum nexum iterum (vel simul) indigemus experientia. Haec est doctrina Aristotelis in ultimo capite *Analyticorum Posteriorum*, ubi de origine primorum principiorum scientiae agit; hanc iam audiebamus in duobus textibus, quos hic repetere iuvat: *Anal. Prior.* I 30, 46 a 17: διὸ τὰς μὲν ἀρχὰς τὰς περὶ ἕκαστον ἐμπειρίας ἔστι παραδοῦναι et *De An.* III 7, 431 b 2: τὰ μὲν οὖν εἶδη τὸ νοητικὸν ἐν τοῖς φαντάσμασι νοεῖ.

Haec est doctrina quam S. Thomas profitetur, ubi originem principiorum non minus ac notionum abstractioni intellectus

agentis tribuit, ut probavimus in articulo *De origine primorum principiorum scientiae*, supra iam citato. Hanc quoque exponit in commentario in *Anal. Post.* in ultima lectione. Iuvat hic citare quaedam eius verba, quia ad utilem comparationem iterum instituendam ducunt. In I *Sent.* Dist. III q. 1 a. 2 ait :

« Ea quae per se nobis nota sunt efficiuntur nota statim per sensum; sicut visis toto et parte statim cognoscimus quod omne totum est maius sua parte sine aliqua inquisitione ».

Comparemus hoc exemplum cum simili physico. Videmus duas superficies; maiorem A, quae est rubra, minorem B, quae caerulea; et triplici iudicio exprimimus id quod videmus: A est rubra et B est caerulea et A est maior quam B. Est iudicium pure copulativum. Dein inspiciamus duas superficies, quarum A est totum, cuius B est pars, et iudicamus: A est totum et B est eius pars; *ideo* A est maior quam B. Habemus propositionem causalem; propter hanc intuitionem, quae in priori casu deest: relatio magnitudinis profluit necessario ex relatione totius et partis⁷.

Haec doctrina videtur esse derelicta ab eis scholasticis modernis qui putant sufficere considerationem notionum sine experientia nexus (cfr. art. cit. in *Gregorianum*); sed clare adhuc a Caetano exponitur et defenditur. Recolamus verba supra in fine paragraphi praecedentis exscripta.

Ut melius intelligamus quomodo data sensitiva sint « proprium *motivum* seu *determinativum* intellectus » in affirmando principio, recolamus etiam aliud exemplum supra propositum de relatione « inter », ubi tribus punctis A, B, C, hoc ordine in linea sitis quartum, D, inter A et B addebamus. Ex situ puncti D (inter A et B) intelligitur necessario profluere relationem situs, tum relate ad A et C tum relate ad B et C; et hunc situm dein, tribuendo praedicatum, affirmamus. Hoc, teste conscientia, fieri nequit nisi inspiciendo figuram sive in imaginatione sive in realitate delineatam. Unde habemus nos de facto affirmare: « ita

⁷ Cfr. de hac re articulum nostrum in libro commemorativo Universitatis catholicae Mediolanensis *Cartesio* (1937) cui titulus *Le « Cogito ergo sum » comme intuition et comme mouvement de la pensée* pag. 457-471.

necessario est »? Utique ex operatione intellectus abstrahentis et intuentis. Unde habemus *id quod* affirmatur (nempe talem situm relate ad A et C sive relate ad B et C)? Ex intuitione sensitiva. Sub hoc respectu et sub hoc tantum verum est id quod Caietanus dicit: Datum sensitivum est « motivum seu determinativum ».

3. — JUDICIA IMPLICITA. Haec determinatio quam Caietanus exigit, non semper eodem modo exercetur nec semper ad *judicandum explicite* nos impellit. Ad unum nunc attendere volumus.

Judicia quae explicite affirmantur et magis etiam ea quae enuntiantur, non solent esse iudicia maxime elementaria. Id in singulis fere exemplis supra expositis verificare possumus. Ecce quaedam.

In primo casu inquirebamus, quot sint divisiones numeri 5040. Ultima operatio erat computatio divisorum, qui inventi erant. Praecedebat igitur series divisionum huius numeri in partes aequales: in unitates, dualitates et ita porro. Sed huic operationi praesupponendum est: multitudo haec est divisibilis in unitates et multitudines minores. Haec divisibilitas est revera (praeter additionem possibilem) primum proprium multitudinis; quod dividitur in multitudines minores et unitates, est proprium sequens ad hoc primum; quod hae multitudines minores possint esse inter se aequales (id non semper obtinet ut iam a Platone dictum est) et quis sit earum numerus, est iterum proprium, quod dein tantum sequi et cognosci potest. Sed ad ultimum solemus tantum attendere et iudicia, quae duo propria priora affirmant, sane non solent enuntiari. Sub hoc ergo respectu sunt et saepe manent implicita tantum.

Simili modo res sese habet, ubi sermo est de multitudine numerorum primorum, de combinatoria, de additione 5 ad 7. Etiam in casibus geometricis idem invenitur. In extenso primum proprium est: dividi potest; alterum est: per divisionem iterum extensa oriuntur eiusdem generis, ex linea linea et ita porro. Et vice versa duo extensa eiusdem generis addi possunt et oritur extensum maius eiusdem generis. Dividi potest superficies cylindrica vel folium Moebii; oriuntur per divisionem ite-

rum superficies. Quot et cuius speciei sint, revelat experimentum sive mentale sive etiam reale. Etiam in his casibus iudicia de primis illis propriis, quae tamen necessario praesupponuntur, non explicite enuntiantur ab eo, qui ultimum iudicium (de eo quod resultat) profert. Motus mentis (le mouvement de la pensée) implicat talia iudicia, sed huius motus singulae phases non enuntiantur.

A fortiori hic motus non est explicite syllogisticus; immo nec implicite. Sumamus iterum additionem $5 + 7 = 12$. Ut hoc iudicium sensum habeat — ut supra expositum est — praesupponendae sunt veritates : multitudo addi potest multitudini; dein: additio generat multitudinem (maiolem); dein tantum haec specificiter determinari potest computationem faciendo. Hic motus non fit modo syllogistico; si res ita sese haberet, hoc vel simili processu absolveretur :

1) Omnis multitudo addi potest multitudini. Atqui 7 et 5 sunt multitudines. Ergo 7 et 5 ad invicem addi possunt.

2) Omnis additio multitudinum generat multitudinem. Atqui 7 et 5 sunt multitudines. Ergo eorum additio generat multitudinem.

3) Omnis multitudo resultans ex additione computando specificari potest. Atqui (ut experimento patet) in specificanda multitudine, quae resultat ex additione 5 ad 7, computando pervenimus ad 12. Ergo $7 + 5 = 12$.

Clarum est, processum mentis nostrae alium esse. Non opus est ut tres illas maiores *universales* iam sciamus ante hunc processum. Considerantes *has* multitudines (7 et 5) statim detegimus eas necessario ad invicem addi posse; in casu *particulari* intelligimus, « inspiciendo in phantasmate », necessitatem huius proprii; atque id sufficit. Iterum eodem modo statim in hoc casu *particulari* intelligimus, ex eorum additione necessario oriri multitudinem (maiolem). Unde non est hic processus : novimus veritatem *universalem* (maiores) et detegimus (in minoribus) eas hic applicari posse; sed potius est hic : detegimus *statim* veritatem necessariam duarum conclusionum illorum syllogismorum, unam immediate post aliam. (Et, si nolumus pergere ad computationem numeri resultantis, possumus reflecti supra has

veritates et dicere : haec multitudo et illa altera, *quia multitudines* — id enim intuemur — possunt ad invicem addi. Ergo omnis multitudo potest addi multitudini. Sed sic habemus motum *oppositum* illi motui syllogistico)⁸. Dein applicando (iterum sine syllogismo) computationem, invenimus numerum 12. Processus ille nullo modo est syllogisticus, ne implicite quidem; syllogismi non tantum non enuntiantur sed, ut ex analysi nostra patet, nec in mente adsunt. Tamen in mente nostra est processus progressivus ex uno in aliud.

4. — JUDICIA VIRTUALIA. Iudicia ergo illa de propriis primis non enuntiantur et hoc sensu sunt implicita. Forte plus dicendum est : iudicia illa nec in mente *affirmantur* (nisi in resolutione sicut nos hic instituimus), quamquam certe virtualiter adsunt.

Ecce quid intendamus. Utimur theoria nota S. Thomae secundum quam iudicium consistit in reflexione supra primam operationem mentis nostrae (utique in conceptum compositum ex duobus terminis *connexis*); in hac reflexione mens nostra cognoscit naturam huius actus (primae operationis) et ideo affirmat i. e. dicit : ita est, iudicat⁹. De hac theoria plura dicemus alibi.

Age iam, in casu iudicii quod consideramus ($7 + 5 = 12$) totus processus ita explicari potest. Considerando hos numeros simul in prima operatione sua, mens nostra (inspiciendo in phantasmate) iam habet ideam *harum* multitudinum *simul cum nexu* huius ideae cum suo proprio i. e. cum possibilitate additionis, immo statim clara est intellectui « necessitas nexus », sed consistat in affirmando « ita est » (id pro iudicio genuino est necessarium), pergit in motu suo (semper adhuc est « prima operatio » mentis) et detegit in eodem semper phantasmate additionem *et eius nexum* cum eo quod resultat (multitudo maior), detegit simul (statim) semper in eodem phantasmate inspicien-

⁸ Cfr. articulum supra iam citatum *Le « cogito ergo sum » comme intuition et comme mouvement de la pensée*.

⁹ Cfr. articulum P. Boyer *Le sens d'un texte de St. Thomas: De Ver. q. 1 a. 9* apud *Gregorianum* V 1924 pag. 424-443.

do « necessitatem etiam huius nexus; iterum quin sistat in hoc affirmando iam incipit computare hanc multitudinem.

Ita, ni fallimur, processus, qui ducit ad iudicium $7 + 5 = 12$, explicandus est; sed ut patet multo celerius exercetur quam hic describitur. Si autem res ita se habet, non tantum non constat in serie syllogismorum, sed nec ex iudiciis implicitis i. e. quae affirmantur quidem sed non enuntiantur, quae sunt *affirmationes* mentales; tantum haec iudicia *virtualiter* adsunt et singulis momentis in actualia transire possunt. Ex hac theoria facile explicatur factum, quod saepius redit in « analyticis » i. e. in resolutione ad prima principia. Saepe difficile est omnia principia prima explicite enuntiare. Interdum etiam post longam et laboriosam analysin, remanent principia, quae semper applicata sunt, nunquam enuntiata, etiam ab eis qui volebant omnia enuntiare. Ita in geometria, axiomata ordinis, e quibus quaedam supra vidimus, semper applicata, ante cl. Pasch (1882)¹⁰ nunquam enuntiata; manent latentia et non deteguntur praecise quia tam clara, tam « jejuna » sunt. Et in theoria nostra id est eo magis explicabile, quia in mente ipsa tantum adsunt ut elementa primae operationis mentis quae statim, antequam affirmantur, cum novis in ideam magis complexam coniunguntur; non adsunt hae affirmationes nisi virtualiter in iudicio, quod subsequitur. Et duae veritates, quae praesupponuntur ante iudicium $7 + 5 = 12$, videntur esse tales; nos enim fatemur nos nescire ubi enuntiatae sint. Et forte propter eandem rationem multa de eis quae in hoc capite dicta sunt, non de principiis mathematicis, sed de modo operandi mentis nostrae, non solent describi. Sed has considerationes esse necessarias in philosophia generali cognitionis humanae, videtur esse clarum.

§ 4. De nexu materiali et formali.

1. — Theoria igitur Aristotelis videtur esse unica, quae rationem tenet eorum, quae reflexio supra originem horum iudiciorum mathematicorum docet; unica est quae experientiae suum

¹⁰ In editione altera (1926) eius operis, supra (pag. 18) iam citati, inveniuntur pag. 5-8, 19 sq.

influxum, quem de facto habet, non denegat. Sed quomodo explicatur, si ex altera parte clarum est, in iudiciis physicis, quae eandem originem habent, hunc intuitum necessitatis nexus, quae tamen adesse potest, deesse. Plenam explicationem alibi dabimus; hic quaedam, sufficientia ut speramus, addimus.

2. — DE NEXU MATERIALI ET FORMALI. In *omni* iudicio affirmamus (vel negamus, si iudicium est negativum) nexum inter subjectum et praedicatum. *Saltem* adest *hic* nexus, quod forma, quae definit vel designat subjectum (si non agitur de illis iudiciis in quibus subjectum suppositum *tantum* indicat : « hoc » est album) invenitur in eodem supposito, in quo detegitur praedicatum, quod in iudicio eidem supposito tribuitur. « Extensum est divisibile »; forma « extensionis » definit subjectum, forma « divisibilitatis » determinat praedicatum, utraque idem suppositum informat. Adest *identitas materialis*, ut saepe dicitur, inter subjectum et praedicatum, quia eorum formae eandem « materiam » informant. Haec identitas a S. Thoma attenditur ubi ait : « intellectus rei unitatem proponit per compositionem verbalem, quae est identitatis nota » (*S. c. G.* I 36; *cfr. S. Th.* I q. 13 a. 12; q. 85 a. 5 ad 3; I *Sent.* Dist. 4 q. 2 a. 1 ad 1).

Ipsae hic *nexus* vocari potest *materialis*; et erit *pure* materialis si agitur de iudicio, quod est contingens : « hic globus est albus ». In hoc iudicio non datur alius nexus inter rotunditatem et albedinem nisi hic, quod duae hae formae, per accidens utique, idem suppositum informant.

Sed potest dari nexus intimior inter duas tales formas, quae determinant suppositum, ut est subjectum et ut est praedicatum, scil. *nexus qui ex ipsa formarum natura profluit*.

Adsunt casus in quibus ex ipsa forma subjecti forma praedicati *profluat*; v. g. « extensum est divisibile », « multitudo est divisibilis », hic specificiter numerus (5040) dividi potest in duas, triades etc. ». In tali casu in quovis supposito, quod informatur per formam subjecti, *necessario* adest forma praedicati. Id praesertim habetur in « quarto modo dicendi per se », « secundum quem haec praepositio *Per* designat habitudinem causae

efficientis vel cuiusque alterius » (S. Thomas *Analyt. Post I* lect. 10 n. 7).

Alii sunt casus in quibus forma subjecti necessario *praesupponit* formam praedicati v. g. : « quod agit est », « ego qui cogito, sum ».

In omnibus hisce casibus non habetur nexus materialis tantum (pure materialis) sed nexus, qui vocari potest *formalis*. Praedicatum affirmandum est de subjecto « ratione formae importatae per subjectum »; ita S. Thomas (III *Sent.* Dist. 11 q. 1 a. 4 ad 6) : « ad veritatem propositionis sufficit, quod praedicatum conveniat subjecto quocumque modo; sed ad hoc quod propositio sit per se, oportet quod conveniat sibi ratione formae importatae per subjectum ».

3. — LEGES PHYSICAE ET PRINCIPIA MATHEMATICA. In casibus in quibus adest nexus formalis, pro cognitione humana distinctio facienda est (quae forte subdistingui debet) : aut nobis perspicuum est, hunc nexum esse formalem, aut hoc nos plus minusve latet, quamvis de facto nexus formalis adsit. In secundo casu iudicium erit de nexu, qui *est* necessarius, « in materia necessaria », sed cuius necessitatem non novimus. Unde toto caelo distat hoc iudicium ab eo quod supra enuntiatum est : « hic globus est albus »; in hoc iudicio scimus nexum esse pure materialem. Ut hoc constet iam sufficere potest, quod semel vidimus globum qui non est albus.

Casus secundus quem descripsimus, saepissime occurrit in scientiis physicis, quae ex diuturnis et saepe repetitis experimentis inveniunt *leges generales physicas*, quae, quoad experientia docet, semper verificantur. Cogitemus de exemplis supra allatis : « virga vitrea, panno serico trita, parva corpuscula attrahit »; corpus hic sibi derelictum in terram cadit ». Unde saltem suspicamur, vel potius nobis persuasum est, ibi quoque adesse nexum necessarium inter subjectum et praedicatum, ibi quoque inter utramque formam, subjecti et praedicati, esse nexum non materialem tantum, sed formalem (vel etiam : utramque formam nexu formali coniungi cum tertia, nobis ignota).

Inde differentiam, quam supra de facto inveniebamus inter casus physicos et mathematicos, iam magis explicare possumus.

Maxima differentia non est haec : quod in physicis tantum post diuturna et repetita experimenta de lege generali constare potest (in experimentis in quibus agitur de determinandis « constantibus » specificis, unicum experimentum sufficere potest) dum in mathematicis unicum experimentum, immo saepe « experimentum mentale », quod in imaginatione absolvitur, sufficit. Ut tamen experimentum unicum sufficiat, praerequiritur etiam in mathematicis diuturna experientia et praeparatio in facultatibus sensitivis, quae iam in ipsa infantia exercetur, ut notiones nobis satis perspectae sint et abstrahi possint. Ea etiam est doctrina Aristotelis et S. Thomae in fine *Analyticorum Posteriorum*, Caietani quoque, qui optime hunc processum sensitivum praeparativum describit (vide eius verba resumpta in articulo supra citato *De origine principiorum* pag. 159). Sed differentia maxime est in hoc : in casibus mathematicis necessitatem *intuemur*, in legibus physicis eam adesse *concludimus*. Et inde provenit quod in physicis, etiam post diuturnam experientiam, tantum nexum materialem (constantem utique) videmus, nexum formalem (qui adesse debet) non; in mathematicis autem tum nexum materialem observamus (utraque forma est in eodem supposito) tum simul nexum formalem, intellectu utique, intuemur.

Statim gressum ulteriorem in explicatione faciemus. Prius per transennam unum notare volumus. Iudicia illa physica generalia supponunt, ut dictum est, necessitatem nexum; unde supponunt nexum formalem inter subjectum et praedicatum; unde *in se* debebunt esse *intelligibilia*. Sed haec intelligibilitas *nobis* in pura lege physica non patet. Quia tamen debet adesse, munus scientiae ulterius est, eam detegere. Et ad hoc praecise inserviunt *theoriae* physicae, qui hanc intelligibilitatem, nexum ipsum formalem, legibus tribuere conantur. Sed examen modi, quo scientia et philosophia naturalis hunc scopum attingunt, non pertinet ad has praelectiones. Multa hac de quaestione inveniuntur in *Cosmologia* nostra.

4. — DE ABSTRACTIONE FORMALI QUAE DICITUR. Ex experientia nostra interna habemus : adsunt iudicia (casus mathematici) in quibus nexum formalem inter subjectum et praedicatum intuemur ex sola inspectione datorum sensitivorum (« in-

spicere in phantasmate »); alia sunt iudicia, de quibus nobis etiam persuasum est (casus verae legis physicae) sed in quibus, ex sola inspectione datorum sensitivorum, non intuemur nexum formalem. Videamus unde hoc proveniat.

Quomodo pervenire possumus ad legem physicam, bene determinatam, enuntiandam ita, ut persuasio de illo nexu formali, nobis tamen non perspicuo, oriatur? Ope inductionis physicae, quae dicitur, in qua multoties circumstantiae experimentorum mutantur, ita ut eae proprietates corporum, quae in exitum experimenti (i. e. in praedicatum determinandum) non influunt, ex enuntiatione eliminantur ceterae retineantur. Id fit secundum methodos, quae a Stuart Mill, plus minusve feliciter, descriptae sunt. Sic habetur adjuvamentum ad iudicandum, quatenam proprietates in corpore requirantur, ut aliud sequatur. Hae proprietates constituent formam, quae in iudicio quod legem exprimit, subjectum determinat, aliud illud erit praedicatum. Haec methodus vocari posset « *abstractio physica* » sive « *experimentalis* »; nam eligendo diversas circumstantias, nunc unam dein aliam proprietatem, quae in effectum influere potest, omittimus; ab eis ergo « *physice abstrahimus* ». Objectum huic methodo subjicientes, tandem aliquando pervenire possumus ad iudicium, quod nexum formalem exprimit, qui tamen nobis in natura sua non est manifestus. Unde remanet, ut supra dictum est, munus necessarium theoriae physicae, quae in hanc naturam inquirere debet; intelligibilitatem adesse scimus; quatenam sit, adhuc nescimus.

Longe aliter res sese habet in casibus mathematicis. Recolamus exemplum divisionis foliorum cylindricorum; per sectionem transversalem oriuntur duo folia, iterum cylindrica, per sectionem longitudinalem una superficies tantum, quae in planum evolvi potest. Num hi effectus dependent a colore, duritie, aliis qualitatibus innumeris, materiae cylindrorum? Certo non. Num id innotescit, sicut supra in lege physica, per multiplicem experientiam, quae materias diversarum qualitatuum eligit et examinat? Certo non ita. Singuli nos, id quod resultat, statim intelligebamus, sive in executione unica, physica, sive — nam

nemo nostrum forte ita folium cylindricum unquam divisioni subiecit — in imaginatione sola. Ecce: ipsa mens nostra aptitudinem habet in tali casu *abstrahendi formam quae importat*, a materia cum formis, quae non important. Forma quae hic importat, est extensio cum sua figura et statim intelligimus, ex hac sola dependere quid in sectione determinata resultaturum sit (quid hoc sit, experimentum dein revelat); statim intelligimus id non dependere a coloribus, ab aliis qualitatibus, ab essentia physica corporis, quod dividitur. In hac enim intellectione positiva consistit abstractio, non tantum in non *considerandis* qualitatibus sensibilibus.

Sed ita habemus id quod a scholasticis optime vocari solet *abstractio formalis* i. e. abstractio formae (nobis perspicuae) a materia (nobis, saltem non ita perspicua).

Haec igitur abstractio habetur, ubi mens nostra potest ita abstrahere aliquid (formam) ut intueatur, ex eo quaedam « *propria* » nexu necessario promanare i. e. nexu formali cum eo conjungi. Et est munus experientiae internae, detegere tales abstractiones.

In constituenda autem lege physica, ut constet de « *forma subjecti* » quae importat (i. e. cum qua sola et constanter jungitur forma praedicati), indigemus multiplici et variata experientia, ut descriptum est; hoc praedicatum cognoscitur ex experientia, ex datis sensitivis. In casibus mathematicis loco prioris methodi habemus abstractionem formalem, et ideo intuemur nexum formalem, ideo necessarium erit id, quod de subjecto praedicabitur. Sed, ut sciamus *quid* praedicandum sit, debemus respicere data sensitiva, sive in imaginatione sive ope sensuum externorum, quod est, ut verbis Caietani iterum utamur, « *proprium motivum et determinativum* » praedicati.

Etiam in physicis ad hanc perfectionem appropinquare possumus, ut ex unico experimento iam legem specificè universalem cognoscamus. Scimus nunc, corpora pura habere « *constantes* » specificè determinatas; v. g. habent punctum fusionis sive etiam ebullitionis constans. Si novum corpus praeparavimus, eius punctum fusionis unico experimento determinamus; et haec cogni-

tio est lex universalis quoad hanc speciem. Deest utique cognitio naturae nexus, nexus formalis.

5. — Et nunc est optimum exercitium epistemologicum, si lector iterum singula exempla, supra enarrata, sub hac luce nova nunc acquisita examinet. Clarum ei erit theoriam Aristotelicam abstractionis formalis continere integram explicationem problematis *necessitatis* iudiciorum immediatorum mathematicorum; iudicia sunt necessaria, quamquam ut ea affirmemus, indigemus experientia, quamquam has veritates ex datis sensitivis abstrahimus. Unde mathematica ab Aristotele simpliciter dicebantur: τὰ ἐξ ἀφαιρέσεως.

In singulis exemplis invenimus in mente nostra intuitionem sensuum externorum, intuitionem imaginationis, sed insuper intuitionem intellectivam, quae considerat id quod phantasma repraesentat, ut in eo nexum necessarium intueatur: ταῦτα ἐστὶν οἶον ὄραν τῇ νοήσει. Quia in phantasmate inspicit, erit *intuitio coniuncta cum abstractione*; adest abstractio, sed quia haec est formalis, ideo ei associatur intuitio intellectiva.

6. — NOTA 1. In abstractione formali forma quaedam a materia quadam abstrahitur. Notemus bene, hic non semper esse sermonem de forma physica relate ad materiam physicam. Hic « forma » est elementum in objecto, quod nobis est perspicuum; materia est elementum in eodem objecto quod nobis plus minusve obscurum est, ut tota expositione patet. Et ita haec materia, a qua abstrahitur, physice poterit esse forma. Sic in omnibus exemplis nostris abstrahendum est a coloribus, ab aliis qualitatibus (praeter figuram) a natura specifica corporum, quae omnes physice sunt formae vel supponunt formas. Sed hae formae physicae menti humanae minus perspicuae sunt, quam ipsa quantitas, sive discreta sive continua; ideo pro ea sunt sicut materia, minus cognoscibiles.

Audiamus ea de re S. Thomam (*S. Th.* I q. 85 a. 1 ad 2):

« Quantitates, ut numeri, et dimensiones, et figurae, quae sunt terminationes quantitatum, possunt considerari absque *qualitatibus sensibilibus*, quod est eas abstrahi a materia sensibili ».

Animadvertamus insuper: illae quantitates non abstrahuntur a subjecto, cuius sunt formae, a substantia scilicet; nam sem-

per consideramus *ens* quantum. Unde S. Thomas immediate post verba citata pergit:

« Non tamen possunt [quantitates illae] considerari sine intellectu substantiae quantitati subjectae, quod esset illas abstrahi a materia intelligibili communi ». Vide etiam *In Phys.* II lect. 3; *De anim.* III lect. 8.

Materia igitur, a qua abstrahitur, non est semper materia physica, sicut forma, quae abstrahitur, non est semper forma physica.

S. Thomas, ultimis verbis, substantiam quantam vocat « materiam intelligibilem »; id quod confirmat dicta a nobis: in abstractione formali, forma est id quod nobis est perspicuum; nam haec materia intelligibilis est id, quod per abstractionem formalem in mente nostra remanet. Aristoteles eadem locutione ἄλη νοητή utitur ad describendum ens extensum. Vocatur « materia » quia ex ea fiunt figurae mathematicae; et « intelligibilis » quia menti humanae ex integro est perspicua.

Materia vocatur quia est *potentia* ad illas figuras tanquam ad actus suos. Haec notio potentiae Aristotelica, ni fallimur, inservire poterit et debet ad dilucidandas multas quaestiones, quae in moderna philosophia mathematica moventur.

7. — NOTA 2. Haec de problemate necessitatis dicta sufficient. Iterum animadvertimus in his nunquam considerata fuisse puncta, lineas, rectas, superficies, stricte dicta, sed ea tantum quae a sensibus percipi possunt et quae sunt fere talia.

Pro his iam valent omnia quae diximus. Sed ideo nondum habemus principia generalissima; sed potius specifica, sed quidem necessaria. Semper aspicebamus casum determinatum in phantasmate (numerice igitur determinatum) sed de hoc casu (in intellectu utique iam non numerico, particulari, sed specificae specie specialissima determinato) iam valebat iudicium necessarium. Quidam etiam statim universalitatem maiorem habebant sed nondum perfectam; ut haec habeatur, etiam considerari debet problema exactitudinis. Nam: ubi de divisibilitate lineae sermo erat, nondum locuti sumus de divisibilitate in infinitum, nam ut de hac constet, etiam puncta stricte dicta consi-

deranda sunt. Ita in axioma Pasch, linea per verticem trianguli non nimium debet appropinquare ad unum ex lateribus, quia tunc considerari debet axioma, quod dicit, duas rectas non posse duo puncta communia habere, id quod iterum supponit problema exactitudinis. Sed haec omnia non habent influxum in problema necessitatis, quod igitur independenter ab hac universalitate solutum est.

Unum adhuc notare volumus. Ex dictis clare sequitur, omnino errare eos modernos qui geometriam (applicatam ad corpora naturalia) omnino aequiparare volunt scientiis physicis. Id faciunt propter difficultates problematis exactitudinis. Iam vero, etiamsi hoc problema insolubile esset, hoc maneret verum: veritates geometriae approximativae, de quibus nunc agebamus, toto caelo differunt a legibus physicis; propter intuitionem necessitatis, quae prioribus associatur, aliis deest. Hoc quoque est factum experimentale, «constatatio», sed intellectiva. Et tribuenda est haec intuitio abstractioni formali, cuius mens humana relate ad mathematica capax est.

PETRUS HOENEN S. J.

Zur Frage der ursprünglichen Ordnung im Johannesevangelium

Summarium. — Omnibus fere consentientibus in Evangelio secundum Joannem contextus capitum 5 et 6 ex una parte et sermonis sic dicti valedictorii (Joh 13-17) ex altera parte, prout in omnibus codicibus exstat, quasdam difficultates patitur, ita ut iusto iure quaesitum sit, num forte ordo primitivus textus sit turbatus et quomodo restitui possit, si non iam habetur.

Supponatur textum originarium quarti Evangelii, quem S. Joannes sive propria manu sive probabilius per scribam confecit et a quo tandem aliquando omnia apographa dependent, fuisse codicem (non volumen) constantem unico strato seu fasciculo foliorum geminatorum papyraceorum (vel forte membraneorum) ad modum codicis papyracei Epistolarum S. Pauli (P⁴⁶), qui continetur inter fragmenta recenter a Chester Beatty acquisita. In hac suppositione fieri potuisset, ut in codice originario non ligato quaedam folia geminata inter se commutata et consequenter sectiones aequae longae textus in utraque dimidia parte codicis transpositae essent, ita ut hic ordo mutatus in omnia apographa transiisset.

Si quaelibet pagina in tali codice ordinarie continuisset 30 lineas cum 30 litteris, ita tamen, ut a medio codicis loco per plura folia numerus linearum et litterarum in singulis paginis paulum auctus fuisset, sicut v. g. in P⁴⁶ observatur — ratio potuit esse, quia scriba putasset spatium pro toto textu secus non sufficere —, et si insuper primae duae paginae vacuae fuissent, correspondissent re vera quoad numerum foliorum eorumque distantiam a medio codicis loco: capiti quinto in priore parte codicis capita 15+16 in altera parte, et capiti sexto in priore parte capita 13+14 in altera, ita ut respectivis foliis geminatis repositis obtineretur hic ordo: Joh 1-4; 6; 5; 7-12; 15; 16; 13; 14; 17-21, quo ordine restituto contextus Evangelii fit sat obvius et naturalis, ita ut forte sit ordo primitivus.

Wer unvoreingenommen das Johannesevangelium liest, gewinnt den Eindruck, daß gerade Johannes im allgemeinen besser als die Synoptiker die zeitliche Folge der Ereignisse gewahrt hat. Nur an zwei Stellen scheint er davon eine Ausnahme zu machen, wenigstens wenn wir im heutigen Text des vierten